

# Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

## Математика

1. Цена товара повысилась сначала на 10%, потом на 50%. На сколько процентов окончательная цена превосходит первоначальную цену?
2. Найдите значение выражения  $(a^2 - 36)(a - 6)^{-1} - a$  при  $a = 7$ .
3. Найдите сумму корней уравнения  $(x + 6) / x = x + 2$ .
4. Найдите наибольшее двузначное натуральное число, которое делится без остатка на 22.
5. В автопарке 4 автобуса, вмещающих по 30 человек, и 6 автобусов, вмещающих по 15 человек. Какое минимальное количество автобусов потребуется для перевозки 140 туристов?
6. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 8x} = 2 - x$ .
7. Сумма первых четырех членов арифметической прогрессии равна 16, а ее пятый член равен 9. Найдите разность данной прогрессии.
8. Решите неравенство  $\frac{x}{x-2} + 1 \leq 0$ .
9. Автомобиль двигался 3 часа со скоростью 90 км/час, а следующие 2 часа со скоростью 65 км/час. Найдите среднюю скорость автомобиля.
10. В корзине 5 белых шаров, 3 черных шара и 2 зеленых шара. Наудачу из корзины вынимают два шара. Найдите вероятность того, что они белого цвета.
11. Найдите целые решения уравнения  $2^x + 4 \cdot 2^{-x} = 5$ .
12. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3x + 2$  на промежутке  $[0; 2]$ .
13. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x(1 + y) + 4 = -4y \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$
14. Пусть  $\{b_n\}$  —возрастающая геометрическая прогрессия с положительными членами. Найдите ее знаменатель, если  $b_4 - b_1 = 14$  и  $b_3 - b_2 = 4$ .
15. Высоту конуса уменьшили в 4 раза. Во сколько раз надо увеличить радиус основания конуса, чтобы его объем остался прежним?
16. Решите уравнение  $2 \log_9(2 - x) - \log_3 x = 0$ .
17. Найдите целые решения неравенства  $\sqrt{3 + 2x - x^2} \leq x$ .
18. Найдите корни уравнения  $4 \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) \cos x = 1$  на интервале  $(0; \pi / 2)$ .
19. Медиана, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна  $5/4$ , а высота, проведенная к гипотенузе, равна  $6/5$ . Найдите сумму катетов данного треугольника.
20. При каких значениях  $a$  уравнение  $|x^2 - 6x| = a$  имеет ровно три корня?