

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

УТВЕРЖДАЮ

Председатель предметной
экзаменационной комиссии
по элементам высшей математики



И.А. Комарчев

« 29 » 10 2021 г.

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

по ЭЛЕМЕНТАМ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

**для поступающих на обучение по образовательным программам высшего
образования – программам бакалавриата и программам специалитета**

Санкт-Петербург
2021

АРИФМЕТИКА

Натуральные и целые числа. Сложение и умножение целых чисел. Деление с остатком. Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

Рациональные числа. Обыкновенная дробь. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Десятичная дробь. Арифметические действия с десятичными дробями. Преобразование десятичной дроби в обыкновенную и обыкновенной в десятичную.

Проценты. Нахождение процента от величины, величины по ее проценту.

АЛГЕБРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Действительные (вещественные) числа. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел, арифметические действия над ними. Иррациональные числа. Рациональные приближения. Изображение чисел точками координатной прямой. Числовые промежутки.

Модуль (абсолютная величина) действительного числа. Понятие модуля, его свойства. Геометрический смысл модуля.

Алгебраические выражения. Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных. Тождество, доказательство тождеств. Преобразования выражений.

Многочлены. Корень многочлена. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения. Разложение многочлена на множители. Квадратный трехчлен. Выделение полного квадрата в квадратном трехчлене. Теорема Виета. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями.

Корни и степени. Квадратный корень и корень степени n и их свойства. Степень с рациональным и вещественным показателем, ее свойства. Преобразование иррациональных выражений.

Логарифмы. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразование логарифмических выражений.

Основы тригонометрии. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Уравнения и неравенства. Уравнение с одним неизвестным. Корень уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения. Система уравнений, решение системы. Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Уравнение с несколькими неизвестными. Примеры решения нелинейных систем. Примеры решения уравнений в целых числах.

Решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и систем.

Неравенства и их свойства. Доказательство неравенств.

Неравенство с одним неизвестным. Решение неравенства. Линейные, квадратные, дробно-линейные неравенства с одной переменной и их системы. Метод интервалов.

Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические неравенства.

Графическая интерпретация уравнений и неравенств и их систем.

Решение текстовых задач средствами алгебры.

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Числовые последовательности. Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена и суммы нескольких первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Понятие предела последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Функции. Область определения и множество значений. Способы задания функции. График функции. Монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность функции. Нули функции. Наибольшее и наименьшее значения, экстремумы.

Линейная, дробно-линейная, квадратичная функции, графики.

Графики квадратного корня, кубического корня, модуля.

Использование графиков функций для решения уравнений и систем.

Преобразования графиков. Вертикальные и горизонтальные асимптоты. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Предел функции. Непрерывность функции.

Производная. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Производные обратной функции, производная композиции. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Неопределенный интеграл. Первообразная функция. Строение множества первообразных. Неопределенный интеграл; его основные свойства. Таблица простейших неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: разложение на слагаемые, замена переменной, интегрирование по частям.

Определенный интеграл. Понятие определенного интеграла Римана. Линейность, аддитивность, монотонность определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенных интегралах. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление объемов тел.

ГЕОМЕТРИЯ

Начальные понятия и теоремы планиметрии.

Точка и прямая. Отрезок, луч. Ломаная. Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку.

Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника. Неравенство треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников; коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора. Теорема косинусов и теорема синусов.

Четырехугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, двух окружностей. Касательная и секущая к окружности. Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд.

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные четырехугольники. Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число π ; длина дуги.

Величина угла. Градусная и радианная мера угла.

Понятие о площади плоских фигур. Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формула Герона. Площадь круга и сектора.

Связь между площадями подобных фигур.

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости, между параллельными плоскостями, расстояние между скрещивающимися прямыми.

Многогранники. Призма и пирамида, усеченная пирамида. Параллелепипед. Куб.

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Отношение объемов подобных тел. Формулы площади поверхности цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты на плоскости; координаты точки. Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых. Уравнение окружности.

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости.

Вектор. Длина (модуль) вектора. Равенство векторов. Сложение векторов, умножение на число, скалярное произведение. Угол между векторами.

Координаты вектора. Операции над векторами в координатах.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Множества и комбинаторика. Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств.

Перестановки, сочетания, размещения. Решение комбинаторных задач.

Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Вероятность. Понятие и примеры случайных событий. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий.

Решение практических задач с применением вероятностных методов.

ЛИТЕРАТУРА

ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. – Москва: Издательство «Национальное образование», 2022. – 224 с.

Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Математика для поступающих в ВУЗы – М.: Дрофа, 2007. – 556 с.

Программа вступительного испытания по Элементам высшей математики сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, федерального государственного стандарта основного общего образования и федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.